Lösningar till prov del 1 av C-kurs

Aritmetik, algebra, funktioner och derivata

1.

a) $f'(x) = 25x^4 - 1$ (1p)

b) $f'(2) = 25 \cdot 2^4 - 1 = 399$ (1p)

2.

a) $g'(x) = 0{,}5x^2$ (1p)

b) $x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x - 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ och $x_2 = 5$ (1p)

c) $x = 10^{-3} = 0{,}001$ (1p)

3.

a) $f(x) = 0$ när $x \approx -3{,}5$, $x = 0$ och $x \approx 3{,}5$. (1p)

b) $f'(x) = 0$ när $x = -2$ och $x = 2$. (1p)

c) $f'(x) < 0$ när $-2 < x < 2$. (1p)

d) $f'(0) \approx -2$. (2p)

4.

a) $$\frac{5}{x+2} - \frac{3-x}{x+2} = 1$$ (1p)

b) $$\frac{x^2 - 2x - 3}{x-3} = x + 1$$ (2p)

5.

- Graf D är $f(x) = x^2 - 2x + 3$. (3p)
- Graf B är $g(x) = 2 - x$
- Graf C är $h(x)$

6.

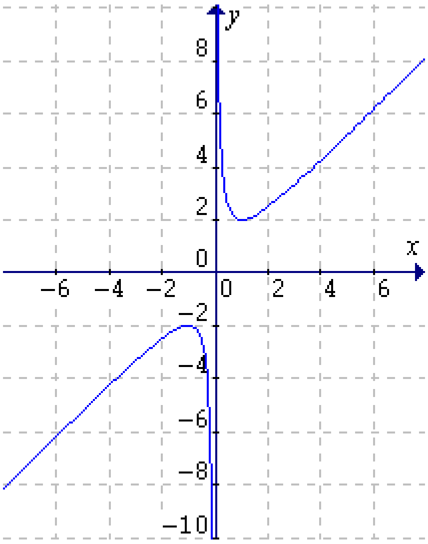
Tangentens ekvation är $y = x + 1$. (2p)

7.

$t = x^2 \Rightarrow t^2 + 8t - 9 = 0$. Ger $t = -4 \pm 5$, dvs
$x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = -1$ och $x_2 = 1$ (3p)
($x^2 = -9$ ger inga reella lösningar)

8.

Maximum: $(-1; -2)$
Minimum: $(1; 2)$



(3p)

9.

a) Fasta kvartalsavgift = 200 kr (2p)
Förbrukningspris = 0,80 kr/kWh

b) Toivonen fick betala 516 kr. (1p)

c) Brandt hade förbrukat 900kWh. (1p)

10.

$(2^4)^{x+1}=(2^{-1})^{2-x} \Rightarrow 2^{4x+4} = 2^{x-2}$ (2p)
$4x+4 = x-2 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$

11.

a) $K(150) = 3000$ och $K(100) = 3125$
$K(150) - K(100) = -125$

$\Delta K/\Delta x = -125/50 = -2{,}5$
Genomsnittlig kostnadsminskning = 2,5 kr/enhet.

b) $K'(x) = 0{,}1x - 15$
$K'(125) = -2{,}5$
Gränskostnaden är – 2,5 kr/enhet, dvs kostnaden minskar med 2,5 kr per enhet.

c) $0{,}1x - 15 = 0$ ger $x = 150$. Vid försäljningsvolymen 150 enheter är gränskostnaden = 0 kr/enhet?

12.

$f(x) = 3x^4(2x-1)/(2x-1) = 3x^4$ (2p)
$f'(x) = 12x^3$

13. Ekvationen saknar lösning.

mgn = $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$ OBS! $x \neq 3$ och $x \neq 2$. Multiplicera båda leden med mgn. Vi får (3p)
$(x-2)(x-1) = 3x - 7 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$ som har lösningen $x = 3$, en falsk rot!

14.

$f(0) = 1$ ger $c = 1$.
Symmetri kring $x = 2$ ger $-b/2a = 2$, dvs $b = -4a$.
$f'(x) = 2ax + b = 2ax - 4a$ och

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = 3$$ (3p)

betyder att $f'(3) = 3$ som ger $6a - 4a = 3$ dvs $a = 1{,}5$.
Slutligen blir då $b = -6$.