

FORMLER TILL NATIONELLT PROV I MATEMATIK KURS A, B OCH C

ALGEBRA

Kvadreringsregler $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Konjugatregeln $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Andragradsekvationer Ekvationen $x^2 + px + q = 0$ har rötterna

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{och} \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

varvid $x_1 + x_2 = -p$ och $x_1 \cdot x_2 = q$

ARITMETIK

Prefix

Tiopotens	Namn	Beteckning
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^2	hekto	h
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	mikro	<i>μ</i>
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	piko	p

Potenser

För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x \qquad \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x} \qquad a^0 = 1$$

Logaritmer

För positiva tal x och y gäller:

$$10^x = y, x = \lg y \qquad e^x = y, x = \ln y$$

$$\lg xy = \lg x + \lg y \qquad \lg \frac{x}{y} = \lg x - \lg y$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Aritmetisk summa

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{ak^n - a}{k - 1} \text{ där } k \neq 1$$

DIFFERENTIALKALKYL

Derivata

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Funktion	Derivata
x^a	ax^{a-1}
e^x	e^x
e^{kx}	$k e^{kx}$
$a^x \quad a > 0$	$a^x \ln a$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

FUNKTIONSLÄRA

Räta linjen

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

riktningskoefficient för linje genom punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2) där $x_1 \neq x_2$

$$y = kx + m$$

linje med riktningskoefficienten k genom punkten $(0, m)$

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

linje med riktningskoefficienten k genom punkten (x_1, y_1)

$$k_1 \cdot k_2 = -1$$

villkor för vinkelräta linjer

Exponentialfunktioner

$$y = C \cdot a^x$$

C och a är konstanter
 $a > 0$ och $a \neq 1$

$$y = y_0 a^t$$

$$y = y_0 e^{kt}$$

exponentiell förändring
 y_0 är värdet av y vid tiden $t = 0$

$$\begin{aligned} a &> 1 \\ 0 < a &< 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &> 0 \\ k &< 0 \end{aligned}$$

exponentiellt växande
exponentiellt avtagande

Potensfunktioner

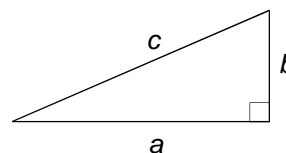
Potensfunktioner kan beskrivas med formler som innehåller potenser av en (eller flera) variabler,

t.ex. $f(x) = x^{2,5} + 2x^{\frac{1}{3}} - \sqrt{x}$

GEOMETRI

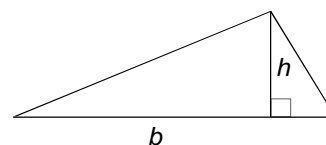
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



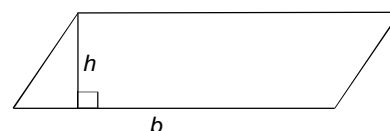
Triangel

$$\text{area} = \frac{bh}{2}$$



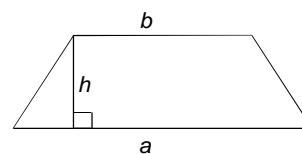
Parallelogram

$$\text{area} = bh$$



Parallelltrapets

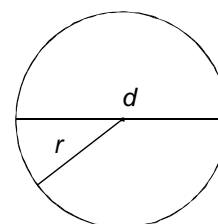
$$\text{area} = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$\text{area} = pr^2 = \frac{pd^2}{4}$$

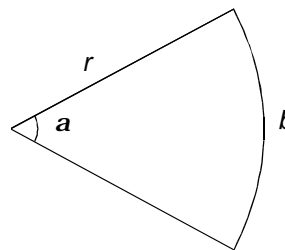
$$\text{omkrets} = 2pr = pd$$



Cirkelsektor

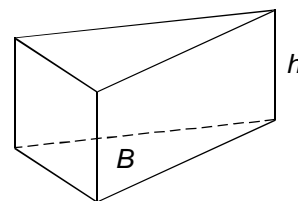
$$\text{bågen } b = \frac{a}{360} \cdot 2\pi r$$

$$\text{area} = \frac{a}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$\text{volym} = Bh$$

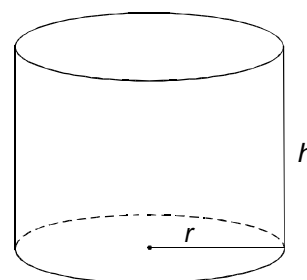


Cylinder

Rak cirkulär cylinder

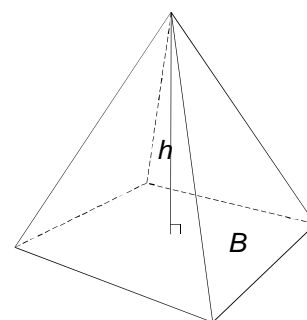
$$\text{volym} = \pi r^2 h$$

$$\text{mantelarea} = 2\pi r h$$



Pyramid

$$\text{volym} = \frac{Bh}{3}$$

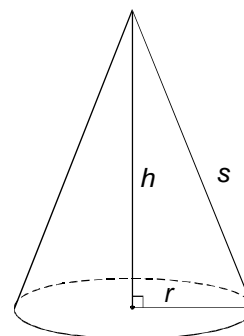


Kon

Rak cirkulär kon

$$\text{volym} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

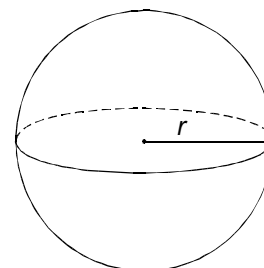
$$\text{mantelarea} = \pi r s$$



Klot

$$\text{volym} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\text{area} = 4\pi r^2$$

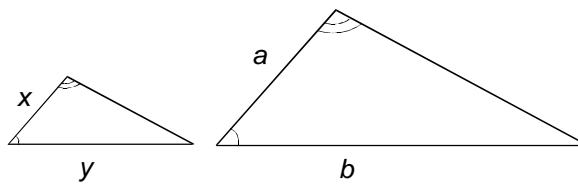


Likformighet

Likvinkliga trianglar

är likformiga

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$



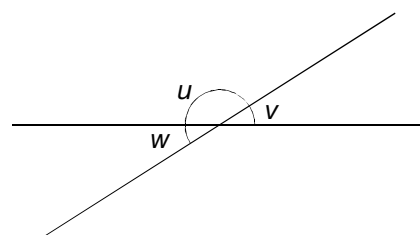
Skala

Areaskalan = (Längdskalan)² Volymskalan = (Längdskalan)³

Vinklar

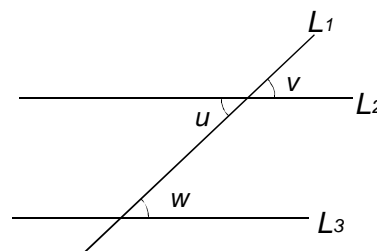
När två räta linjer skär varandra är

- sidovinklars summa 180° (t.ex. $u + v = 180^\circ$)
- vertikalvinklar lika stora (t.ex. $w = v$).



När en linje L_1 skär två andra inbördes parallella linjer L_2 och L_3 så är

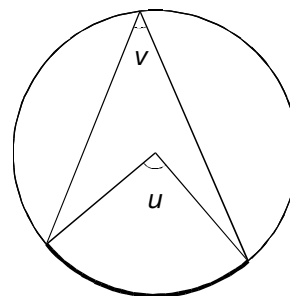
- likbelägna vinklar lika stora (t.ex. $v = w$)
- alternatvinklar lika stora (t.ex. $u = w$).



Omvänt gäller att om alternatvinklar eller likbelägna vinklar är lika stora så är linjerna L_2 och L_3 parallella.

Randvinkelsatsen

Medelpunktsvinkeln till en cirkelbåge är dubbelt så stor som randvinkeln till samma cirkelbåge ($u = 2v$).

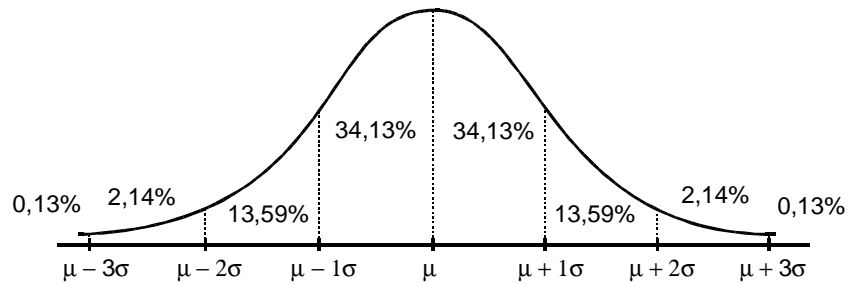


STATISTIK OCH SANNOLIKHETSLÄRA

Typvärde	Det eller de värden som har högsta frekvensen kallas typvärde .
Variationsbredd	Skillnaden mellan det största observerade värdet och det minsta kallas variationsbredd .
Median	Om alla observerade värden i ett statistiskt material sorteras i storleksordning så kallas det mittersta värdet för medianen . Vid ett jämnt antal observationer så beräknas medianen som medelvärdet av de båda mittersta observationerna.
Kvartil och kvartilavstånd	Kvartiler delar in ett material som sorterats i storleksordning i fjärdedelar. Det värde som avgränsar de 25 % lägsta observerade värdena kallas första eller undre kvartil . Det värde som avgränsar de 25 % högsta observerade värdena kallas tredje eller övre kvartil . Skillnaden mellan övre och undre kvartil kallas kvartilavstånd .
Medelvärde	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$
Varians	$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$
Standardavvikelse	$s = \sqrt{\text{variansen}}$
Slumpförsök	Sannolikheten för en händelse kan approximeras med relativa frekvensen för händelsen vid ett stort antal genomförda försök.
Flerstegsförsök	Sannolikheten för ett visst utfall i ett flerstegsförsök kan fås genom multiplikation av sannolikheterna för de gynnsamma utfallen i varje steg.
Likformig sannolikhet	$P(A) = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$
Komplementhändelse	$P(A) + P(B) = 1$
Oberoende händelser	$P(A \text{ och } B) = P(A) \cdot P(B)$
Additionsregler	För två händelser A och B som saknar gemensamma utfall så gäller att $P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B)$ För två händelser A och B som har gemensamma utfall så gäller att $P(A \text{ eller } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ och } B)$

Normalfördelning

För normalfördelade material med medelvärdet (väntevärdet) μ och standardavvikelsen σ så gäller att andelen observationer inom olika intervall fördelar sig enligt nedan:



Observerade värden x i intervallet	Andel av alla observationer
$m \leq x \leq m + s$	34,13 %
$m + s \leq x \leq m + 2s$	13,59 %
$m + 2s \leq x \leq m + 3s$	2,14 %
$m + 3s \leq x \leq m + 4s$	0,13 %
$m - s \leq x \leq m + s$	68,27 %
$m - 2s \leq x \leq m + 2s$	95,45 %
$m - 3s \leq x \leq m + 3s$	99,73 %

Binomialfördelning

$$\bar{x} = p \cdot n$$

medelvärde

$$s = \sqrt{np(1-p)}$$

standardavvikelse

$$\bar{x} \pm k \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

konfidensintervall

$$k = 1,96 \text{ (95\%)}$$

$$k = 2,58 \text{ (99\%)}$$

TRIGONOMETRI

Rätvinkliga trianglar: $\cos v = \frac{a}{c}$

$$\sin v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{b}{a}$$

